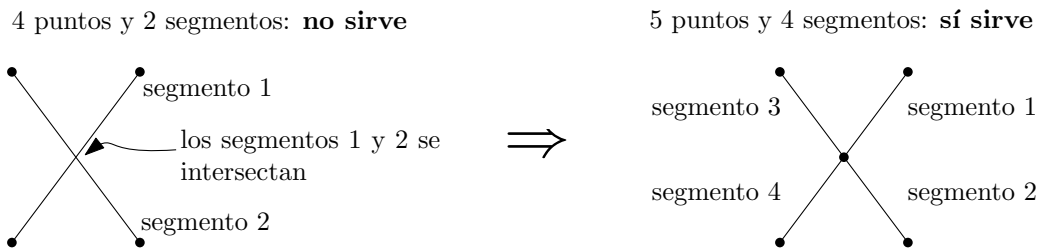


Las Matemáticas en el Abecedario: Una fórmula de Euler

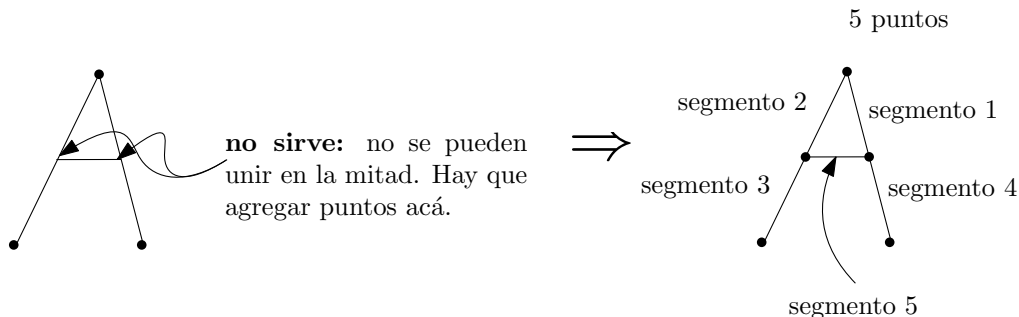
Grupo LEMA
www.grupolema.org

Leonhard Euler es uno de los matemáticos más importantes y prolíficos de la historia. Nació en Suiza y vivió entre 1707 y 1783. Tiene muchas fórmulas denominadas *fórmula de Euler*, y en esta sesión descubrimos una de sus más famosas fórmulas.

1. Escribe las primeras 10 letras del alfabeto en mayúsculas en una hoja de papel. Asegúrate de escribirlas sin “reparar líneas” (puedes levantar el lápiz todas las veces que quieras) y sin que queden partes despegadas.
2. Encuentra los puntos en cada letra para poder “descomponerla” en segmentos rectos o curvos que no intersectan otros segmentos excepto en sus extremos. Por ejemplo, para la letra *X* tenemos:



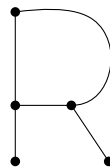
Igualmente, para la letra *A*, ¡es importante tener en cuenta que no se pueden conectar en la mitad!



3. Completa la siguiente tabla con tus propias versiones de digramas para cada letra:

letra	# puntos	# segmentos	# regiones encerradas
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			
H			
J			
K			
R	5	5	1

El ejemplo de la R se hizo con este diagrama (tocó agregar el punto para la pata derecha de la R):

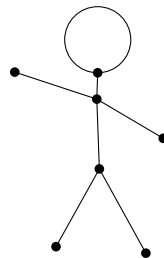


4. Ahora, agrega una columna a tu tabla y calcula:

$$\# \text{puntos} - \# \text{segmentos} + \# \text{regiones encerradas}$$

¿Qué ves? Comparte con un compañero.

5. ¡Ahora con garabatos cualesquiera! Haz tu propio “dibujo-garabato de palitos”, donde las únicas reglas son que los segmentos no se pueden intersectar y todos los puntos deben estar conectados (no son dos dibujos separados). Ejemplo:



Calcula de nuevo:

$$\# \text{puntos} - \# \text{segmentos} + \# \text{regiones encerradas}$$

¿Qué ves? ¿Hay algún caso en el que no pasa lo que estás viendo? ¡Intenta encontrarlo!

INTERLUDIO: Te van a contar un poco sobre la famosa Fórmula de Euler:

$$V - E + F = 2$$

Escribe lo que significa cada letra y sobre lo que dice la Fórmula de Euler:

$V =$ _____

$E =$ _____

$F =$ _____

La fórmula dice que:

6. Dos posibles extensiones:

6.1 Sin conectar:

Calcula $\#puntos - \#segmentos + \#regiones\ encerradas$

para las siguientes figuras:

Figura A: $\#p - \#s + \#r =$

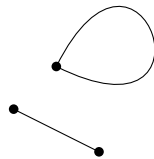


Figura A

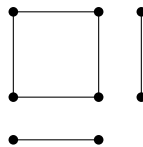


Figura B

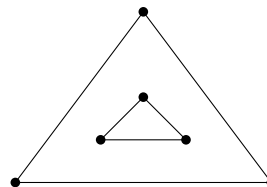


Figura C

Figura B: $\#p - \#s + \#r =$

Figura C: $\#p - \#s + \#rs =$

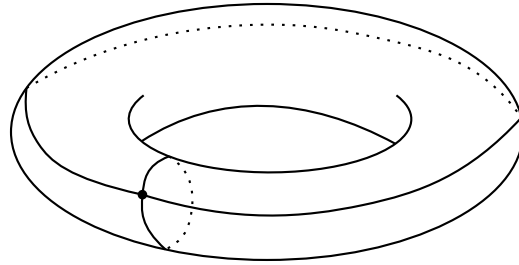
¿Cuál crees es el valor si no están conectados?

$$\#puntos - \#segmentos + \#regiones\ encerradas = \text{-----}$$

6.2: Sin ser una esfera:

Calcula $\#puntos - \#segmentos + \#regiones\ encerradas$

para la siguiente figura:

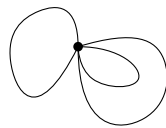


7. EXTRA: De regreso a por qué $V - E + F = 2$ (o 1) es cierto. Trata de progresar poco a poco en entender lo que está pasando:

1. Calcula

$$\# \text{puntos} - \# \text{segmentos} + \# \text{regiones encerradas} \quad (1)$$

para todos los grafos con un solo punto que se te ocurran. Ejemplo:



1 punto
3 segmentos
3 regiones encerradas

2. Calcula (1) para todos los grafos con dos segmentos se te ocurran (pueden tener uno o más puntos). Recuerda, ¡no puede haber intersecciones!
3. Dibuja al menos tres grafos distintos con tres segmentos y calcula (1) para estos.
4. Supongamos que tienes un grafo y que le agregas un punto extra al lado. Conectas ese punto con algún punto del grafo (sin que haya intersecciones). ¿Cómo cambian el número de puntos, segmentos y regiones encerradas al agregar ese punto? ¿Qué pasa con (1) al agregar ese nuevo punto? ¿por qué?
5. Asume que tienes un grafo y hay dos puntos que no están conectados y que puedes conectar con un segmento sin que haya intersecciones. ¿Cómo cambian el número de puntos, segmentos y regiones encerradas al agregar ese segmento? ¿Qué pasa con (1) al agregar ese nuevo segmento? ¿por qué?